Математическая олимпиада им. Е.Н. Анисимовой

Отборочный тур. 24-27 апреля 2022 г. Решения. 4 класс.

Максимум за каждую задачу – 7 баллов.

1. На доске написаны цифры 1 2 3 3 3 4 7. Двоечник Петя стер одну цифру, а отличник Василий Леонидович, подойдя к доске после него, поставил между **некоторыми** (не всеми) цифрами знаки умножения так, что в итоге получилось 2022. Покажите, как это можно сделать.

Решение: 1*2*3*337=2022. Критерии. Любой правильный пример – 7 баллов.

2. Кто-то из трех друзей съел все конфеты. У них произошел такой диалог: «Вова: Конфеты съел Валера. Рита: Вова не ел конфеты. Валера: Конфеты съел я.» Известно, что тот, кто съел конфеты, сказал правду, остальные солгали. Кто же съел конфеты?

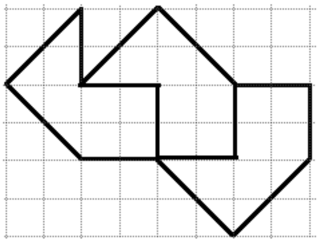
Решение: Валера и Вова говорят одно и то же, а так как нет двух рыцарей, то оба лгут. Тогда правду говорит Рита, и значит конфеты съела она. Возможно решение перебором того, кто съел.
Критерии: только ответ – Рита – 1 балл; дан ответ и проверено, что Рита могла съесть – 2 балла.

3. Жека катался на лифте 9-ти этажного дома, и лифт сломался. Когда это произошло, он был на 4 этаже. Теперь он может ездить вверх или вниз на определенное количество этажей: первая поездка на 2 этажа, потом на 3, на 4 и так далее, но Жека может выбрать направление поездки. Если до первого или последнего этажа меньше этажей, чем может проехать лифт, лифт никуда не поедет. Помогите Жеке добраться на 1 этаж используя как можно меньшее количество поездок. Не забудьте доказать, что меньше примера не существует.

Решение: можно за 3 поездки: спуститься на 2, подняться на 3 и спуститься на 4. Быстрее нельзя, так как если первая поездка вниз, то вторая обязательно вверх, чтобы не выйти за границы. А если первая вниз, то вторая – вверх или вниз. И ни в одном из этих случаев мы не попадем на первый этаж.

Критерии: Ответ – 1 балл, ответ с примером на 3 поездки – 2 балла, при переборе пропущен один из 3-х случаев – 4 балла.

4. Разрежьте данную фигуру на 3 равные части. Части называются равные, если при наложении они совпадают, при этом их можно поворачивать и переворачивать.



Решение: См. рис.

5. В тире стоит мишень, на которой есть секторы в 7, 14, 21, 35, 64 очков. Барон Мюнхгаузен утверждает, что может выбить ровно 150 очков. Прав ли он?

Решение: Числа 7,14,21 и 35 делятся на 7, поэтому если попадать только в них сумма очков будет делиться на 7. А 150 на 7 не делится, тогда мы хотя бы раз попали в 64, кроме одного такого попадания остается 86 очков, и это снова на 7 не делится, тогда нужно попасть в 64 еще раз, останется 22 очка. И это опять не делится на 7 и уже меньше чем 64. Поэтому 150 очков набрать невозможно.

Математическая олимпиада им. Е.Н. Анисимовой

Отборочный тур. 24-27 апреля 2022 г. Решения. 5 класс.

Максимум за каждую задачу – 7 баллов.

1. Тако купил себе костюм, шляпу и укулеле. На это он потратил 180 долларов. Известно, что шляпа в 2 раза дешевле укулеле, и в 3 раза дешевле костюма. Сколько стоят костюм, укулеле и шляпа по-отдельности.

Решение: пусть шляпа стоит одна часть x, тогда укулеле – 2x, костюм – 3x. Вместе они стоят x+2x+3x=180. Следовательно, x=180:6=30 долларов – шляпа, укулеле = 2*30=60, костюм = 3*30=90.

2. Владимир Викторович начал писать список предполагаемого 5м класса и заметил, что если в него включить троих детей по имени Саша, то тогда мальчиков в классе будет в 3 раза больше девочек, а если не включать, то мальчиков на 13 больше, чем девочек. Сколько из данных Саш девочек, если класс будет учиться в кабинете с 13 партами?

Ответ: 1 мальчик и 2 девочки, либо 3 девочки. **Решение**. Пусть девочек во втором случае x, тогда всего детей во втором случае 13+2x. Если добавить 3 Саш, то получится 16+2x. Это число не больше 26, так как парт не более 13, а также должно делиться на 4, поскольку мальчиков в 3 раза больше девочек. Перебором получаем 16+2x=16, 20, 24, где x=0,2,4. При x=0 до включения Саш Д=0, М=13, после Д=4, М=12 – не подходит. При x=2 до Д=2, М=15, после Д=5, М=15 – подходит, все Саши – девочки. При x=4 до Д=4, М=17, после Д=6, М=18 – подходит, Саши – 1 мальчик и две девочки.

Критерии: высчитан один из ответов – 2 балла

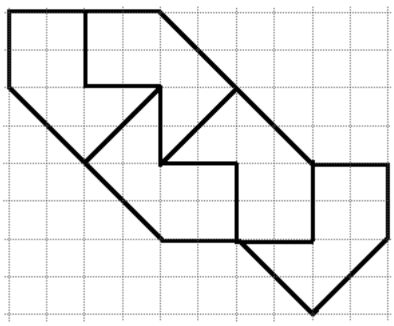
3. На острове обитают рыцари, которые говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. Шесть представителей острова встали в круг и каждый сказал следующую фразу: «Первый и третий человек справа после меня – лжецы». Могло ли такое быть, если да, то сколько среди них рыцарей?

Решение. Все 6 человек не могут быть лжецами, поскольку в таком случае каждый лжец будет говорить правду. Значит найдется хотя бы один рыцарь (1). Присвоим представителям острова номера 6, 5, 4, 3, 2, 1, 6. Тогда справа от этого рыцаря будет стоять лжец(6), а также (4) будет лжецом. Слева от этого рыцаря рыцарь стоять не может, значит стоит лжец (2). Человек (3) не может быть лжецом, тк (2) и (6) лжецы, значит (3) рыцарь. Получаем чередование лжецов и рыцарей. Убеждаемся, что замыкание произошло, каждый рыцарь говорит правду, а каждый лжец лжет.

Критерии: ответ – 3 рыцаря или кружек с чередованием рыцарей и лжецов – 2 балла; ответ и проверка, что такое количество действительно может быть – 3 балла. Неверное отрицание фразы лжеца (дети пишут, что если фраза лжеца – ложь, то оба человека - рыцари) – 3 балла.

4. Разрежьте данную фигуру на пять равных частей.

Решение: см. рис.



5. Позавчера мальчик в тетради нарисовал прямоугольник. На сегодняшний день он помнит, что у него значения длин сторон выражались натуральными числами, периметр равнялся 42, а площадь - 102 или 104. Найдите все возможные варианты длин сторон нарисованного прямоугольника.

Решение: Пусть площадь прямоугольника равна 102. Тогда длина одной из сторон делится на 3, так как 102 делится на 3. Так как сумма длин двух смежных сторон равна 42/2=21=3•7, то длина второй стороны также делится на 3. Но тогда площадь обязана делиться на 9, но 102 на 9 не делится. Противоречие.
Мы знаем, что площадь равна 104. Если a и b - стороны прямоугольника, то a+b=21, ab=104. Единственная пара чисел a и b, подходящая таким условиям, это 8 и 13.

Скорее всего будет решение перебором. То есть взято, что сумма двух сторон 21 и рассмотрены все варианты сторон. Критерии. Ответ: 8 и 13 – 2 балла

Математическая олимпиада им. Е.Н. Анисимовой

Отборочный тур. 24-27 апреля 2022 г. Решения. 6 класс.

Максимум за каждую задачу – 7 баллов.

1. Арина, Боря, Варя, Галя, Данил, Егор танцуют Вальс в парах (в паре танцуют один мальчик и одна девочка) на танцевальном турнире "Звёздный шаг". Каждая пара заняла первое, второе или третье место турнира. Галя проиграла Данилу, Арина - не победитель турнира и она не танцует с Данилом. Определите имена победителей турнира. Повторяющихся имён среди участников турнира нет.

Решение: Заметим, что Данил, исходя из условия, не может танцевать ни с Ариной, ни с Галей. Тогда он танцует с Варей. Арина и Галя не могут занимать 1-ое место, значит Варя занимает 1-ое место. Следовательно, Варя с Данилом являются победителями турнира.

Критерии: ответ – 2 балла

2. Саша посадила в ряд 12 клёнов. Какое наименьшее количество берёз Саше нужно посадить в этот же ряд так, чтобы при спиле любой берёзы не образовалось три подряд идущих клёна?

Решение: пронумеруем березы слева направо 1,2, …. Тогда перед второй березой растет максимум 2 клена (так как иначе можно срубить 1 березу). По тем же причинам между 2 и 4 березой растет максимум 2 клена, тогда 4 береза растет максимум после четвертого клена. И так далее получим, что 10 береза растет максимум после десятого клена, то есть 10 береза – существует. Пример на 10 берез: 2 клена, 2 березы, 2 клена, 2 березы и т.д.

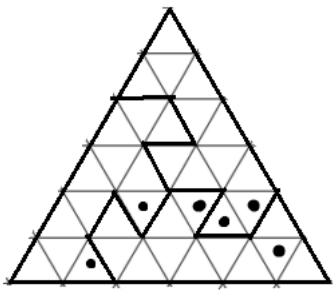
Критерии: ответ с примером на 11 – 1 балл

3. На острове обитают рыцари, которые говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. 12 представителей острова встали в круг и каждый сказал следующую фразу: «Первый и третий человек справа после меня – лжецы». Могло ли такое быть, если да, то сколько среди них рыцарей?

Решение: все лжецы там быть не могут, так как тогда они все говорят правду. Возьмем рыцаря, человек справа от него – лжец, так как рыцарь говорит правду, и человек слева от рыцаря тоже лжец, так как его фраза ложна. А второй слева от рыцаря – рыцарь, так как для него первый и третий действительно лжецы. Итого идя влево получим чередование рыцарей и лжецов. Осталось понять, что круг замыкается корректно. Тогда получаем, что рыцарей – 6.

Критерии. Ответ 6 (или ответ с кругом на 6) – 1 балл

4. Разрежьте данную фигуру на три равные непересекающиеся части (по линиям треугольной сетки) так, чтобы количество отмеченных точек в каждой фигуре было одинаковым.



Решение: См. рис.

5. У Алины имеются: квадратная доска 124×124 клетки, 126 прямоугольных досок размером 1×122 клетки, и одна маленькая 4-клеточная доска буквой Т. Докажите, что она не сможет замостить большую квадратную доску имеющимися маленькими досками?

Решение: Раскрасим доску в шахматном порядке, тогда всего на доске черных и белых клеток поровну. В каждом прямоугольнике 1×122 – поровну, а в букве Т – не поровну. Откуда следует, что это невозможно. Возможно решение вида. Посмотрим на угловую клетку, её можно закрыть двумя способами. А дальше небольшим перебором можно получить противоречие в каждом варианте.